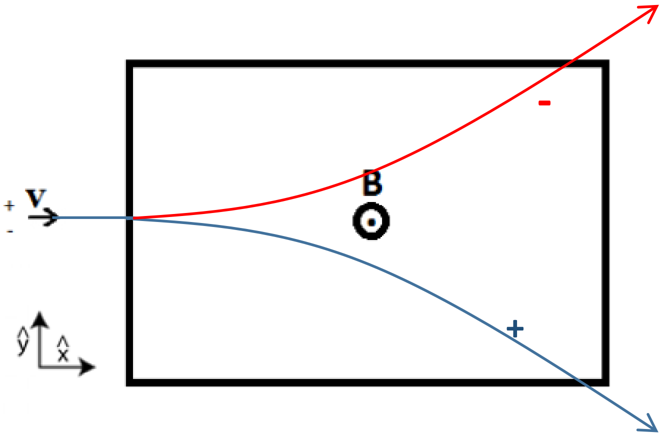
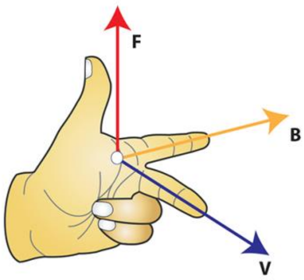
1) Dada a figura abaixo, em que a velocidades de cada uma das partículas carregadas é igual a $3x10^6$ m/s, o campo magnético é **B** = 1T $\hat{z}$ e as cargas são elementares q = ±1,6 x 10^{-19} C. Represente a trajetória de cada uma das partículas carregadas (+ e -) e calcule a força magnética em cada uma das partículas com intensidade, direção e sentido.



Pela regra da mão direita, a força sobre a carga positiva será para baixo, produzindo a trajetória azul desenhada acima. A força sobre a carga negativa será oposta, ou seja, para cima, produzindo a trajetória vermelha na figura.



A força é dada pelo produto vetorial:

$$\vec{F} = q.\vec{v} \times \vec{B}$$

onde, em notação vetorial, considerando que o eixo x esteja no plano da figura, horizontal, para a esquerda:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 10^6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m/s$$

$$\vec{B} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} T$$

teremos (lembrando que para fazer o produto vetorial devemos usar o determinante):

$$\vec{F} = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-3{,}6 \cdot 10^6 \hat{\jmath}) N = \mp 5{,}76 \cdot 10^{-13} \hat{\jmath}\, N$$

ou seja, a força sobre a carga positiva é

$$\vec{F}_{+} = -5{,}76 \cdot 10^{-13}\hat{\jmath}\ N$$

isto é, para baixo; e sobre a carga negativa:

$$\vec{F}_{-} = 5{,}76 \cdot 10^{-13}\hat{\jmath}\ N$$

isto é, para cima.

2) O que mudaria no problema 1 se o campo magnético fosse invertido **B** = -1T $\hat{z}$?

O sinal do produto vetorial se inverteria e as forças seriam opostas, isto é, a carga positiva seria empurrada para cima pelo campo e a carga negativa para baixo.

3) O que mudaria no problema 1 se a carga das partículas fosse aumentada em 6 vezes, o campo magnético diminuído em 3 vezes e a velocidade das partículas diminuída em 2 vezes?

Como a força é diretamente proporcional à quantidade de carga elétrica, à intensidade do campo magnético e à velocidade das partículas, a força seria multiplicada por

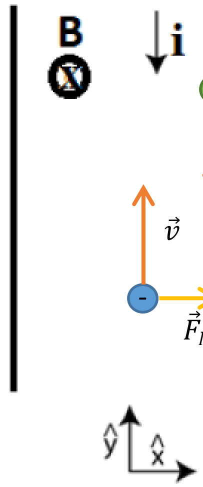
$$6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = 1\ vez$$

ou seja, permaneceria a mesma.

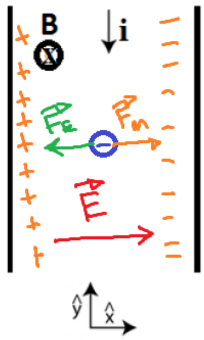
4) Nos exercícios 1, 2 e 3 a velocidade da partícula assumida na região de campo magnético é constante ou variável? A energia cinética das partículas é conservada (comente)?

Como a <u>força magnética é sempre perpendicular à velocidade</u> da partícula (propriedade consequente do produto vetorial), ela <u>não realiza trabalho</u> sobre ela, ou seja, não fornece energia mecânica, que neste caso é cinética, vindo esta a permanecer constante, portanto.

5) Explique o efeito Hall para um portador do tipo N como representado pela figura abaixo desenhando todas as direções das forças eletromagnéticas. Com isso calcule o número de portadores por unidade de volume (n). Dado que, a carga é elementar ($q = 1,6 \times 10^{-19}$ C), a corrente elétrica é igual a 40 mA, a espessura da tira do portador igual a 2 mm, o campo magnético aplicado é 1 Tesla e a diferença de potencial medida é de 1,4 mV.



O condutor tipo N é aquele que tem abundância de elétrons livres (bolinha azul no desenho acima), em muito maior número que as "lacunas" (portadores positivos, bolinha verde no desenho acima), e, portanto, podemos desprezar a quantidade desses últimos.



Na figura vemos que na situação de equilíbrio, os elétrons ficam à direita: a fita fica negativa à direita e positiva à esquerda, surgindo o campo elétrico $\vec{E}$ que aponta para a direita. Como a força elétrica sobre os elétrons, portanto será para a esquerda, ficará equilibrada com a força magnética. Pensando para o caso de um único elétron teremos:

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_M$$

$$-eE\hat{\imath} = -(evB\hat{\imath})$$

$$E = vB$$

Mas o campo elétrico está relacionado à ddp V por $E = \frac{V}{d}$, onde d é a espessura da tira. Então:

$$\boldsymbol{\frac{V}{d} = vB}$$

Para a velocidade de deriva temos: as cargas percorrem o comprimento L no tempo Δt:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

mas pela definição de intensidade de corrente elétrica:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta q}{i}$$

então

$$v = \frac{L}{\Delta q/i} = \frac{Li}{\Delta q}$$

Agora suponha que no trecho L haja n elétrons por unidade de volume. Então:

$$n = \frac{\Delta q/e}{A.L} = \frac{\Delta q}{eLA} \rightarrow \Delta q = eLAn$$

onde A é a área de seção reta do condutor. Então

$$v = \frac{Li}{eLAn} \rightarrow \boldsymbol{v = \frac{i}{eAn}}$$

Colocando esse resultado na equação com o campo elétrico e o magnético:

$$\frac{V}{d} = vB$$
$$\frac{V}{d} = \frac{iB}{eAn} \rightarrow n = \frac{iB}{eV\frac{A}{d}}$$

onde A/d é a espessura l do condutor:

$$\boldsymbol{n = \frac{iB}{eVl}}$$

Com os dados:

$$i = 40 \cdot 10^{-3} A$$
$$B = 1T$$
$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$$
$$V = 1{,}4 \cdot 10^{-3} V$$
$$l = 2 \cdot 10^{-3} m$$

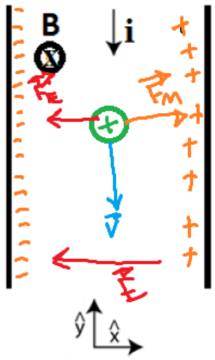
teremos

$$n = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}$$

$$n \cong 8{,}9 \cdot 10^{22}\ /m^3$$

6) Explique o efeito Hall para um portador do tipo P como representado pela figura do exercício 4 desenhando todas as direções das forças eletromagnéticas. Com isso calcule o número de portadores por unidade de volume (n). Dado que, a carga é elementar ($q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C), a corrente elétrica é igual a 20 mA, a espessura da tira do portador igual a 4 mm, o campo magnético aplicado é 1 gauss e a diferença de potencial medida é de -1,6 mV.

O desenho está na mesma figura anterior: a bolinha verde representa o portador positivo se deslocando no sentido da corrente, sendo com isso empurrado para a direita pela força magnética, e assim criando o campo elétrico, desta vez da direita para a esquerda.



De maneira similar ao procedimento da questão anterior:

$$\boldsymbol{n = \frac{iB}{e|V|l}}$$

(tomamos o módulo de V para manter a integridade matemática da dedução, em que foi considerado o módulo do campo elétrico).

Com os dados:

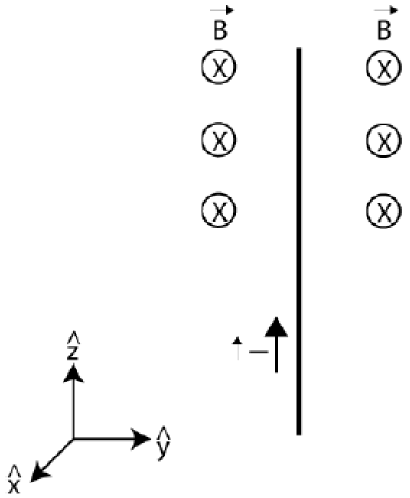
$$i = 20 \cdot 10^{-3} A$$
$$B = 1\ gauss = 100\mu T = 100 \cdot 10^{-6} T$$
$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$$
$$|V| = 1{,}6 \cdot 10^{-3} V$$
$$l = 4 \cdot 10^{-3} m$$

teremos

$$n = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}$$

$$n \cong 2{,}0 \cdot 10^{18}\ /m^3$$

7) Dado a figura abaixo:



a) calcule a força magnética por unidade de comprimento, com intensidade, direção e sentido, sentida por um fio em uma região de campo magnético. Sendo **B** = 2 T e **I** = 1,5 A.

No desenho a carga negativa está indo para cima, então a corrente elétrica convencional está para baixo.

A força magnética é dada por

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

onde

$$I = 1{,}5A$$

$$\vec{l} = -l\hat{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = -2T\ \hat{\imath} = \begin{pmatrix} -2T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

então

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -l \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = I \cdot 2l\,\hat{\jmath}$$

$$\frac{1}{l}\vec{F} = 2I\hat{\jmath} = 2 \cdot 1{,}5\hat{\jmath} = 3\hat{\jmath} N/m$$

No sentido do eixo y, portanto.

b) Inverta o sentido da corrente elétrica do exercício anterior, calcule a força magnética por unidade de comprimento, com intensidade, direção e sentido, sentida por um fio em uma região de campo magnético. Sendo **B** = 3 T e **I** = 1 A.

Temos então os dados:

$$I = 1A$$
$$\vec{l} = l\hat{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l \end{pmatrix}$$
$$\vec{B} = -3T\,\hat{\imath} = \begin{pmatrix} -3T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

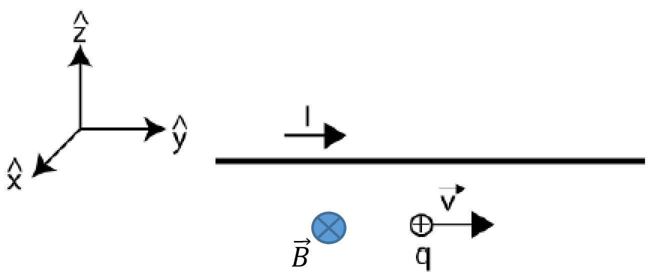
então

$$\vec{F} = I\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & l \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = I\cdot(-3l)\,\hat{\jmath}$$

$$\frac{1}{l}\vec{F} = -3I\,\hat{\jmath} = -3\cdot 1\hat{\jmath} = -3\hat{\jmath}N/m$$

No sentido contrário ao do eixo y, portanto.

7) Dado a figura abaixo, calcule a força magnética com intensidade, direção e sentido, sentida por uma partícula com carga elétrica q = 2x10^{-10} C e velocidade v = 3x10^{6} m/s, posicionada exatamente, a uma distância do fio d = 12 cm, embaixo de um fio com corrente elétrica **I** = 1 A. Considere o sistema no vácuo (μ_0 = 4πx10^{-7} H/m).



Embaixo do fio, pela regra da mão direita instituída pelo efeito Oersted, o campo magnético aponta no sentido contrário ao do eixo x, como mostrado na figura:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\imath}$$

$$\vec{B} = -\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1}{2\pi 0{,}12}\hat{\imath} \cong -16{,}7\cdot 10^{-7}\hat{\imath}\ T$$

A força deste campo magnético sobre a carga é dada por

$$\vec{F} = q.\vec{v} \times \vec{B}$$

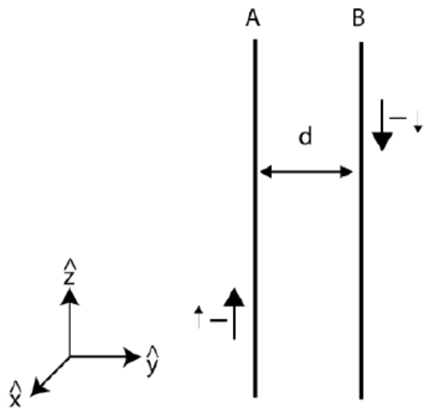
$$\vec{F} = 2 \cdot 10^{-10}. \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 3 \cdot 10^{6} & 0 \\ -16{,}7 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10^{-10} \cdot 3 \cdot 10^{6} \cdot 16{,}7 \cdot 10^{-7}\, \hat{k}$$

$$\vec{F} = 100 \cdot 10^{-11}\, \hat{k}\, N$$

Na direção do eixo z, portanto, sentido: para cima.

8) Conforme a figura abaixo, dois fios são separados por uma distância d = 13 mm. O fio A tem uma corrente elétrica **I** = 1 A e o fio B tem uma corrente elétrica **I** = 2 A.

a) Calcule a força magnética sentida por cada um dos fios com intensidade, direção e sentido. Considere o sistema no vácuo ($\mu_0 = 4\pi x10^{-7}$ H/m).



Campo do fio A em B (aponta para fora da página, direção do eixo x):

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d}\hat{\imath}$$

$$\vec{B}_A = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2\pi 13 \cdot 10^{-3}}\hat{\imath}$$

$$\vec{B}_A = 1{,}538 \cdot 10^{-5}\hat{\imath}\, T$$

Força magnética em B (cuja corrente convencional está para cima, sentido do eixo z):

$$\vec{F}_B = I_B.\vec{l}_B \times \vec{B}_A$$

$$\vec{F}_B = 2. \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & l_B \\ 1{,}538 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1{,}538 \cdot 10^{-5} \cdot l_B\, \hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_B = 3{,}077 \cdot 10^{-5} \cdot l_B\, \hat{\jmath}$$

$$\frac{1}{l_B}\vec{F}_B = 3{,}077 \cdot 10^{-5}\,\hat{\jmath}\ N/m$$

portanto na direção de y.

.oOo.

Campo do fio B em A (aponta para fora da página, direção do eixo x):

$$\vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi d}\hat{\imath}$$

$$\vec{B}_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi 13 \cdot 10^{-3}}\hat{\imath}$$

$$\vec{B}_B = 3{,}077 \cdot 10^{-5}\hat{\imath}\,T$$

Força magnética em A (cuja corrente convencional está para baixo, sentido oposto ao do eixo z):

$$\vec{F}_A = I_A.\vec{l}_A \times \vec{B}_B$$

$$\vec{F}_A = 1.\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -l_A \\ 3{,}077 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot 3{,}077 \cdot 10^{-5} \cdot l_A\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_A = -3{,}077 \cdot 10^{-5} \cdot l_A\,\hat{\jmath}$$

$$\frac{1}{l_A}\vec{F}_A = -3{,}077 \cdot 10^{-5}\,\hat{\jmath}\ N/m$$

portanto na direção oposta ao do eixo y.

Portanto os fios se repelem.

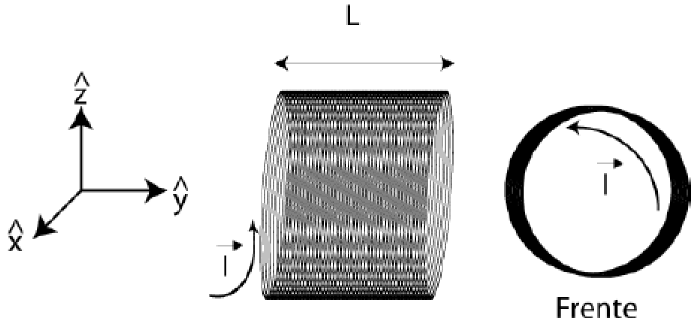
b) Se a corrente elétrica do fio B for invertida de sentido qual a força magnética sentida por cada um dos fios com intensidade, direção e sentido.

Os fios passarão a se atrair com a mesma intensidade:

$$\frac{1}{l_B}\vec{F}_B = -3{,}077 \cdot 10^{-5}\,\hat{\jmath}\ N/m$$

$$\frac{1}{l_A}\vec{F}_A = 3{,}077 \cdot 10^{-5}\,\hat{\jmath}\ N/m$$

9) Dado um solenoide ideal , com n = 10000 espiras por metro, como representado pela figura abaixo, em que uma corrente elétrica está no sentido anti-horário e tem valor igual a 100 A. Calcule o campo magnético no interior do solenoide com intensidade direção e sentido. Considere o sistema no vácuo ($\mu_0 = 4\pi x10^{-7}$ H/m).



De acordo com a regra da mão direita aplicada à corrente, o campo do solenoide é dado por:

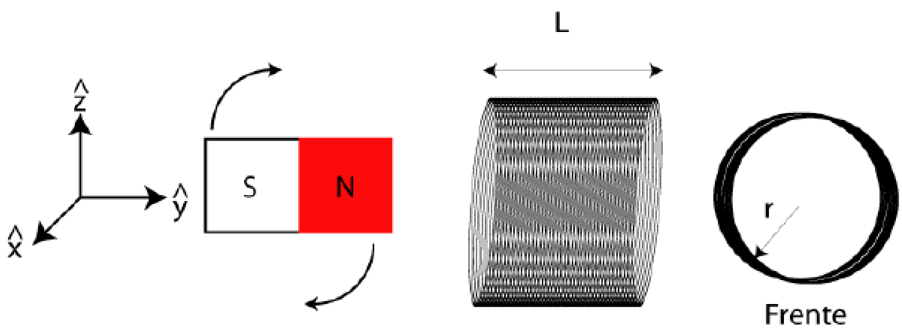
$$\vec{B} = \mu_0 In\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10000\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = 4\pi \cdot 10^{-1}\,\hat{j}\,T$$

$$\vec{B} = 1{,}256\,\hat{j}\,T$$

10) Dado a figura do gerador abaixo, Calcule a força eletromotriz induzida devido a variação do campo magnético, gerado pela rotação de um imã permanente, mostrando o sentido da corrente elétrica induzida em cada face desse imã. Considere para isso 300 espiras com raio r = 10 cm e uma variação do campo magnético com o tempo igual a $\frac{d\vec{B}}{dt} = 32\,\frac{T}{s}$.



A força eletromotriz é dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -A\frac{dB}{dt}$$

onde $A = \pi r^2 \cdot n$ e $r = 0{,}10m$, $n = 300$ espiras.

$$\varepsilon = -\pi 0{,}10^2 \cdot 300 \cdot 32 \cong -301{,}6V$$